$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{(-x+1)^2-4}^2-(-x+1)^2}{\sqrt{(-x+1)^2-4}+(-x+1)}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{(-x+1)^2-4-(-x+1)^2}{\sqrt{(x-1)^2-4}+x-1}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-4}{\underbrace{\sqrt{(-x+1)^2-4}-x+1}_{+\infty}} = 0$$

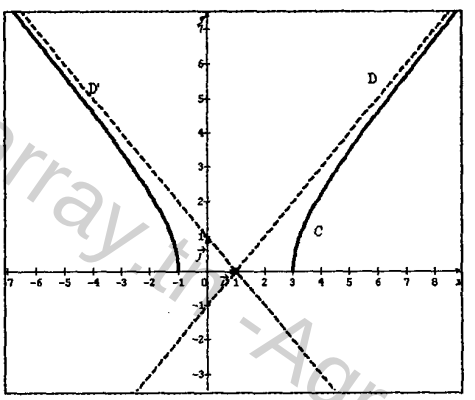
c) on a • $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=0$ donc

La courbe C admet une asymptote oblique D au voisinage de $+\infty$ d'équation : $y = x-1$

• on a $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(-x+1)=0$ donc

La courbe C admet une asymptote oblique D au voisinage de $-\infty$ d'équation : $y = -x+1$

4)



Exercice n° 14 $f(x)=\sqrt{(x-2)^2-1}$

On a :

$$(x-2)^2-1\geq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2\geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2}\geq 1$$

$$\Leftrightarrow |x-2|\geq 1 \Leftrightarrow x-2\leq -1 \text{ ou } x-2\geq 1$$

$$\Leftrightarrow x\leq 1 \text{ ou } x\geq 3$$

Donc : $Df =]-\infty,1]\cup[3,+\infty[$

a) $x\leq 1 \Rightarrow 2-x\geq 3$ ∘ $x\geq 3 \Rightarrow 2-x\leq 1$

Donc

$x\in Df \Rightarrow 4-x\in Df$

$f(4-x)=\sqrt{(4-x-2)^2-1}=\sqrt{(2-x)^2-1}=\sqrt{(x-2)^2-1}$

$\Rightarrow f(2\times 2-x)=f(x)$ d'où la droite D: $x=2$ est un axe de symétrie pour la courbe C

b) f est dérivable sur $]-\infty,1[\cup]3,+\infty[$ et on a

$$f'(x)=\frac{((x-2)^2-1)'}{2\sqrt{(2-x)^2-1}}=\frac{2(x-2)}{2\sqrt{(2-x)^2-1}}=\frac{x-2}{\sqrt{(2-x)^2-1}}$$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	+	‖	−	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	0	↘	$+\infty$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-2)=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{(x-2)^2-1}-(x-2)$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{(x-2)^2-1}^2-(x-2)^2}{\sqrt{(x-2)^2-4}+(x-2)}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{(x-2)^2-4-(x-2)^2}{\sqrt{(x-2)^2-1}+x-2}$$

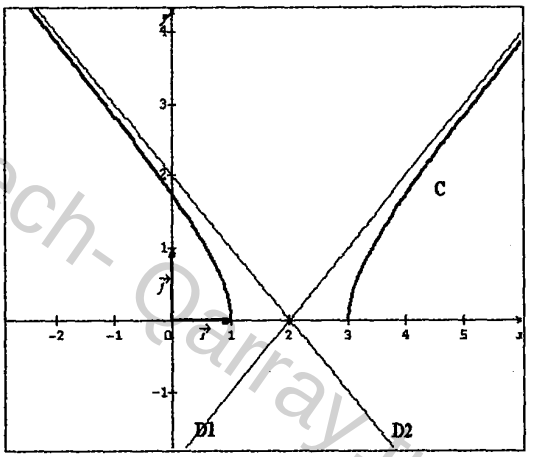
$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{-4}{\underbrace{\sqrt{(x-2)^2-4}+x-2}_{+\infty}} = 0$$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-2)=0$ ce qui prouve que

La droite Δ_1 d'équation : $y = x-2$ est une asymptote oblique à C au voisinage de $+\infty$

De même $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x-2)=0$ ce qui prouve que

La droite Δ_2 d'équation : $y = -x+2$ est une asymptote oblique à C au voisinage de $-\infty$



Exercice n° 15 $f(x)=1-\sqrt{x^2+x}$

a)

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
Signe de x^2+x	+		0	−	0		+

D'où $\boxed{Df =]-\infty,-1]\cup[0,+\infty[}$

b)

$x\in Df \Rightarrow x<-1 \text{ ou } x>0 \Rightarrow -1-x>0 \text{ ou } -1-x<-1$

$\Rightarrow -1-x\in Df$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn